

## ARTÍCULOS

### LAS IMÁGENES EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

**Manuel Barrantes López.** Doctor en Matemáticas. Titular de Universidad-Departamento de las Ciencias Experimentales y Matemáticas-Facultad de Educación. Universidad de Extremadura. E-mail: [barrante@unex.es](mailto:barrante@unex.es). Avda de Elvas S/N 06006. Badajoz – Extremadura (España). Teléf.: 924289501.

**Idalgo Balletbo Fernández.** Máster Univ. en Investigación para la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas por la Universidad de Extremadura. Máster en Educación Superior por la Universidad Autónoma de Asunción. Docente de la Facultad de Humanidades, Ciencias Sociales y Cultura Guaraní de la Universidad Nacional de Itapúa. E-mail: [ipsjb@yahoo.es](mailto:ipsjb@yahoo.es). Abg. Lorenzo Zacarias N° 255 c/ Ruta 1 Km. 2,5 B° Ka'aguy Rory. Encarnación – Itapúa (Paraguay). Teléf.: +595 71 207454.

**Manuel Ángel Fernández Leno.** Licenciado en Matemáticas. Profesor Asociado-Departamento de las Ciencias Experimentales y Matemáticas, Facultad de Educación. Universidad de Extremadura. E-mail: [mafleno@unex.es](mailto:mafleno@unex.es). Avda de Elvas S/N 06006. Badajoz – Extremadura (España) Teléf.: 924289501

#### Resumen

Los medios audiovisuales de comunicación están provocando en los alumnos, y en la sociedad en general, grandes cambios en sus formas de percibir y en sus procesos mentales, debido al paso de una cultura escrita a una cultura audiovisual. En este trabajo se hace hincapié en la importancia de las imágenes, en particular las fotografías matemáticas, para la adquisición de conceptos geométricos y para fomentar la habilidad de los alumnos a la hora de dar razones lógicas que expliquen y le hagan comprender la validez de la geometría.

**Palabras Clave:** Enseñanza, aprendizaje, geometría, fotografías, recursos.

## Summary

The audiovisual media are having on students, and society in general, big changes in their ways of perceiving and their mental processes due to the passage of a written culture to a media culture. This study emphasizes the importance of images, particularly mathematics photographs, for the acquisition of geometrical concepts and to promote the ability of the students in giving logical reasons to explain and do understand the validity of the geometry.

**Key word:** Teaching, learning, geometry, photography, resources.

## Reflexiones sobre las imágenes

Las investigaciones y las experiencias actuales (González 1997; Bueno y Monteoliva 1993; Barrantes 2003) nos muestran que la utilización de las imágenes puede hacer que los alumnos aprendan una mayor cantidad de contenidos matemáticos de una forma más significativa.

El profesor debe estar preparado para poder obtener nuevas maneras de desarrollar la enseñanza, adecuando las actividades ordinarias a los medios con los que cuente en su aula. Este puede utilizar las imágenes de una forma didáctica o bien como instrumento de consulta.

La utilización didáctica supone el diseño de actividades, utilizándolas para que contribuyan a la adquisición o refuerzo de los contenidos programados y a la consecución de las competencias básicas correspondientes.

Las imágenes son una potente herramienta como instrumento de comunicación que puede dar lugar a un intercambio de información importante entre profesorado, el alumnado y la comunidad escolar.

El uso de las imágenes requiere una preparación y diseño, a priori, por parte del profesor, de forma que los alumnos puedan llegar a donde este pretende, y no se pierdan en contenidos, actividades o divagaciones que no son del interés del aprendizaje o la competencia que se quiere alcanzar. Por ello, el profesor debe planificar las imágenes a utilizar, su finalidad, los momentos precisos en los que serán empleadas y la evaluación de la eficacia didáctica de dicho recurso, una vez usado.

Las imágenes no deben utilizarse para intuiciones y comprensiones elementales que no necesitan de ellas, estas deben orientarse mayormente a hacer que dichas intuiciones y comprensiones se vuelvan en el alumno más significativas y sólidas, de manera que den lugar a nuevos conocimientos que enriquezcan su aprendizaje matemático mediante una reflexión permanente.

No debemos olvidar que estos recursos deben también generar en el alumnado actitudes abiertas hacia las matemáticas. Una vez hecha esta reflexión, nos acercamos a nuestro campo de estudio que es la Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría.

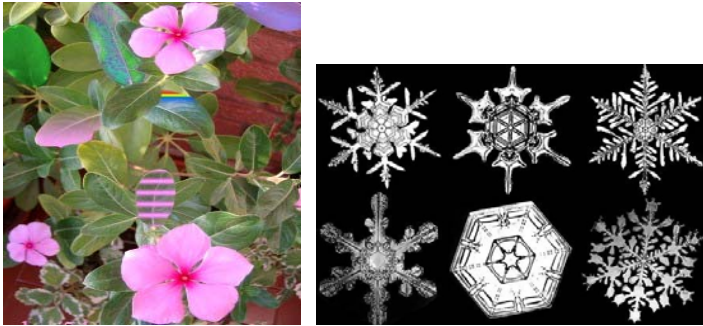
De todo el amplio espectro de materiales que supone la tecnología actual y, teniendo en cuenta la etapa en la que el profesor trabajará, nos centramos en este trabajo en las imágenes fijas, como es la fotografía, dejando para sucesivos trabajos otros recursos, también, importantes como las imágenes en movimiento, (videos y películas), software matemáticos y, las posibilidades de internet.

### **Las fotografías como material didáctico**

Las fotografías, además de instrumentos de conocimiento, nos sirven para comunicarnos de una manera muy completa y muy acorde con el contexto en el que vive actualmente el alumno, rodeado de gráficos, íconos y signos.

La fotografía combina muy bien los aspectos educativos con los estéticos, y a su vez los relaciona con la vida cotidiana.

Es evidente la relación que existe entre la fotografía y la matemática, y en particular la geometría, conceptos como paralelismo, simetría, proporción áurea, perspectiva, proyección, escala, proporción, ritmo, etc. pueden ser bien expresados mediante la imagen fija, como podemos ver en las fotografías que mostramos a lo largo del artículo.



**Figura 1.** Flores en simetría rotacional pentagonal y cristales de nieve en hexagonal.

La forma de los seres animados y la de los inanimados parece seguir leyes matemáticas que el ser humano ha intentado descifrar a lo largo del tiempo ¿Por qué es tan abundante en la naturaleza la forma pentagonal? ¿El modo en que crecen o se mueven los seres vivos es a veces la razón de su forma? Todas las formas geométricas de dichos seres son bien representadas mediante las fotografías, las formas pentagonales de las flores, la hexagonal de los cristales de la nieve o la simetría de la mariposa, etc.

Vamos a definir nuestra idea de fotografía matemática como *“aquella en la que aparece algún concepto matemático o un objeto que se pueda relacionar con algún concepto matemático”*.

Muchas fotografías, pensemos en una foto de una catedral, pueden sugerir muchos conceptos matemáticos, pero normalmente nuestras fotografías son minimalistas, en el sentido de que solamente destacan, claramente, un concepto matemático. El mundo está lleno de formas geométricas, de objetos y lugares con sugerencias matemáticas. Sólo se precisa una mirada matemática que los descubra y sea capaz de plasmarlos con una máquina.

### **Utilización de la fotografía por el profesor**

La fotografía es un recurso que puede ser de gran ayuda para el trabajo matemático. Son útiles y se deben utilizar en investigaciones de aula, rutas matemáticas, para la visualización, percepción e intuición espacial y en la relación de la Geometría con el arte (Barrantes, 2003; Meavilla, 2007).

La idea general es, como siempre, poner al alumno frente a una situación problemática. El profesor pretende motivar al alumno de forma que utilice todo su bagaje matemático, desarrolle la competencia lingüística, y exprese

sus nociones sobre la belleza y el arte mediante la utilización de la fotografía.

La obtención de una fotografía matemática es para el alumno, la realización de un problema, que en principio no tiene una solución clara ni estrategia evidente. En los momentos de realización de las fotografías, el alumno observa que debe tener en cuenta todo su conocimiento matemático inmediato y de otras materias como son el medio natural y social, el arte, conocimientos fotográficos, etc., para construir la estrategia concreta que le lleve a la solución. Para la realización de las fotografías el alumno debe explorar el mundo que le rodea e interrelacionar la geometría con las demás áreas. El propio proceso fotográfico incluye procesos de interés relacionados con las matemáticas.

La realización de fotografías desarrolla la capacidad de observar, analizar y sintetizar del alumno, fomentando su percepción con visión matemática de la vida cotidiana. El alumnado desarrolla una nueva forma de expresión como es la fotografía que no es contemplada en el currículo.

Las actividades en el aula serían:

a) Actividades de preparación.

Estas actividades están relacionadas con la observación de imágenes de internet o prensa escrita. En este sentido son interesantes los trabajos de Meavilla, V. (2007), Moreno, P. (2002) y Solando, J.M. (2011) en los que encontramos fotografías matemáticas que nos muestran la realidad que nos rodea, e invitan a la reflexión.



**Figura 2.**Curvas en la carretera

El alumno busca contenidos matemáticos en estas imágenes, es decir, se le enseña a mirar las fotografías con mirada matemática y a seleccionar aquellas imágenes que destacan de manera principal un contenido matemático. Por ejemplo en la foto de la figura 2, se destaca claramente, de una sola mirada, el contenido “curvas”, aparte de otros contenidos que no son tan significativos, mirando detenidamente la fotografía.

Las actividades que se proponen a los alumnos pasan por la búsqueda en internet o en prensa escrita de fotografías que destaquen de manera principal los contenidos de estudio como son: formas planas, espaciales, simetrías, semejanzas, etc. Posteriormente, se les pide que hagan una clasificación de dichas fotografías. También deben enunciar actividades matemáticas relacionadas con la geometría aprendida, utilizando el contenido de las imágenes.

Esta misma actividad puede ser realizada por los alumnos, pero de una forma más concreta y no tan genérica, por ejemplo: por grupos pueden buscar fotos digitales o en revistas sobre un tema general, tales como: tipos de rectas, triángulos, cuadriláteros, otros polígonos, prismas, cilindros, pirámides,... para posteriormente hacer una puesta en común de todos los grupos donde estudiamos la idoneidad de las fotos, acorde con nuestros objetivos de que sean matemáticas y destaquen un concepto. Esta actividad enseñará al alumno cómo son las fotos que queremos que realice por sí mismo en las distintas actividades que vamos a proponerles a continuación.

#### b) Realización de fotografías propias

Pasamos a la etapa en la que el alumno realiza sus propias fotografías matemáticas. En esta actividad cada alumno o grupo realiza un número determinado de fotografías, no suelen ser más de tres o cuatro. Una vez seleccionadas, se hace una ficha para todas las fotos relacionadas, o bien, una ficha para cada una, si son independientes, en la que aparece:

- Contenido que se quiere trabajar con la fotografía.
- Una foto más amplia para poder localizar el lugar donde se encuentra el motivo fotografiado.
- Breve descripción del lugar, en forma oral o por escrito.
- Lema que represente a la fotografía en la que se juega con el lenguaje ordinario y las matemáticas de forma que se obtenga una frase ingeniosa y graciosa.
- Actividades diseñadas por el alumno, relacionadas con la fotografía y propias del curso al que pertenecen.

- Opcionalmente se puede montar la foto enmarcada en una cartulina negra, bajo la cual aparece el lema sobre un fondo rectangular blanco.  
En la figura 3 vemos una fotografía en la que se destacan rectángulos que parecen estar en relieve, y al lado la vista general de la plaza donde se ha obtenido el detalle. Vemos también el título dado por el alumno.



**Figura 3. Título: Geofachada espacial.** Fotografía y vista general del motivo (Plaza alta de Badajoz)

#### c) Álbum fotográfico

La siguiente etapa es hacer un álbum relacionado con alguna zona de su ámbito diario como puede ser: el instituto, el barrio o alguna zona específica como un parque, un museo... Para ello, los alumnos se organizan en grupos y realizan fotografías de la zona acordada en mutuo acuerdo; imaginemos su instituto.

El profesor distribuye los grupos de forma que asigna a cada grupo:

- zonas más pequeñas en las que realizar las fotos, por ejemplo, fotos del patio del instituto, fotos de las aulas, fotos de la sección de gestión...

- conjuntos geométricos, por ejemplo, grupo de las fotos de triángulo y su clasificación, de cuadriláteros y clasificación, paralelismo y perpendicularidad... Estas actividades ya se realizan en algunos centros de España, y una de las actividades más conocidas en ellos, son los concursos de fotografía matemática para todos los niveles, que conllevan a una exposición fotográfica como actividad última. En las referencias finales apuntamos algunas páginas web referentes a este tema.

#### d) Exposición fotográfica

Para que el profesor o grupo de profesores organicen un concurso fotográfico en el centro donde trabajan, deben tener en cuenta las siguientes recomendaciones para que la actividad sea exitosa:

- En primer lugar, **elegir el tema**. El concurso fotográfico puede ser de todo tipo de fotografías o puede ser temático, por ejemplo: el deporte en la escuela, un día normal en el centro escolar, triángulos en el barrio, fotografía no sexista,...

- Una vez seleccionado el tema del concurso, deben **acotar el lugar** donde los alumnos van a realizar las fotografías, puede ser el centro, el barrio o toda la ciudad.

- Deben **establecer un calendario** con fechas de realización, entrega del trabajo, exposición,...

- Es primordial que el alumno tenga las ideas claras sobre qué tiene exactamente **qué hacer**. Una reunión general sería deseable para que se le explique todos los pormenores del concurso y el calendario establecido.

- Una vez entregados los trabajos fotográficos de los alumnos, sería conveniente **elegir aquellas fotos o grupos de fotos que son más significativas** para montar en la exposición, salvo que se decidan montar todas.

- Si se hacen muchas fotos es preferible **una selección**, para que la exposición gane en calidad. Hay varias formas de elección como: poner una foto por alumno para que todos se sientan representados o seleccionar las mejores fotos de todo el grupo, pero en ese caso, en ninguna foto debe aparecer el nombre del autor, pues puede haber alumnos sin fotos seleccionadas. En este segundo caso, la mentalidad debe ser de exposición de grupo, es decir, todas las fotos son de todos.

- También hay que decidir **el montaje de la exposición**; para ello, se pueden clasificar las fotos por temas geométricos, fotos de cuadrados, triángulos,... o por zonas visitadas, por ejemplo, si la exposición es de fotografías del centro, se pueden montar las fotos de las aulas, el patio, el gimnasio,...

- **Los lemas de las fotografías** de la exposición pueden ser también contruidos entre todos, unos alumnos suelen ser más creativos que otros y esto mejora la exposición más que si cada uno construye su propio lema.

- El profesor o grupo de profesores pueden elaborar **un cuaderno de actividades** para la exposición, de manera que los alumnos que la visiten, interactúen con ellas y no sean meros sujetos pasivos que miran fotografías (Fernández-Aliseda; Muñoz y Porras, 1999). Dicho cuaderno puede incluir una breve explicación de la exposición, actividades generales sobre toda la exposición y específicas sobre alguna fotografía en particular. Por último, se puede incluir un breve cuestionario sobre la opinión del alumno sobre la exposición y si se ha producido o no un cambio actitudinal hacia las matemáticas. Este cuestionario puede ser aprovechado posteriormente, mediante el recuento de respuestas, para hacer ejercicios de estadística, basados en datos reales de la exposición.





**Figura 4. Fotografías matemáticas**

- **El montaje** puede ser clásico, se montan las fotos ampliadas sobre fondo negro con el lema correspondiente, o bien, se pueden utilizar, conjuntamente, medios informáticos como pantallas grandes, en la que vayan apareciendo las fotografías de forma espontánea, u ordenadores en los que el alumno visitante de la exposición, elige qué quiere ver. El cuaderno de actividades descrito anteriormente también se puede implementar en dichos ordenadores.

## **Conclusiones**

La fotografía está siendo utilizada, de diversos modos, como material didáctico muy interesante para utilizar las TIC (Tecnología de la Información y la Comunicación) en el aula, ya que combina muy bien aspectos educativos y estéticos.

Las exposiciones matemáticas de fotografías tienen como eje principal el alumnado; deben dejar traslucir los conocimientos matemáticos, técnicas y actitudes de estos, de manera que sea un fiel reflejo del trabajo matemático del grupo y no de unos cuantos alumnos.

Este tipo de exposiciones debe provocar reflexiones y simpatías hacia una materia tan impopular como suele ser la matemática, y en particular la geometría, de forma que los alumnos que la visiten, experimenten un acercamiento más amable hacia esta materia.

Consideramos, por último, que todas estas series de actividades con fotografías son importantes, porque fomentan el trabajo interdisciplinar; aúnan las matemáticas con el arte, haciendo que los alumnos estudien su cultura en el propio medio y que el aprendizaje del contenido matemático, intuitivo y experimental, sea significativo.

## Referencias

- Barrantes, M. (2003). Caracterización de la enseñanza/aprendizaje de la Geometría en Primaria y Secundaria. *Campo Abierto*, 24,15-36.
- Bueno, A. y Monteoliva, M. (1993). Fotografía y Matemáticas: Una experiencia en la Axarquía. *Epsilon*, 27, 63-68.
- Fernández-Aliseda, A.; Muñoz, J. y Porras, A. (1999). Aprovechamiento didáctico de la actividad: Fotografía y matemáticas. *Suma*, 31. p. 97-104.
- González, E. (1997): Fotografía y matemáticas. *Aula de innovación educativa*, 58, 15-19.
- Meavilla, V. (2007) *Las matemáticas del arte: Inspiración Ma(r)temática*: Ed Almuzara. España.
- Moreno, P. (2002). *Ritmos, Matemáticas e imágenes*: Ed. Nivola. Madrid.
- Solando, J.M. (2011). Las Matemáticas en los anuncios. *Número. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 78, p.33-46.

## Muestra de páginas web sobre Concursos de fotografías matemáticas

- <http://www.iescarrenomiranda.com/matematicas/matefoto/>
- <http://mateblog.educabarrie.org/concurso-de-fotografia-matematica/>
- [http://www.pradosantodomingo.net/intranet/joomla25/index.php/galeria-de-  
imagenes/category/8-concurso-fotografia-matematica](http://www.pradosantodomingo.net/intranet/joomla25/index.php/galeria-de-imagenes/category/8-concurso-fotografia-matematica)
- [http://www.pradosantodomingo.net/intranet/joomla25/index.php/servicios-y-  
actividades/concurso-de-fotografia-matematica](http://www.pradosantodomingo.net/intranet/joomla25/index.php/servicios-y-actividades/concurso-de-fotografia-matematica)
- <http://matesyfotosaitana.blogspot.com.es/>
- [http://www.educacion.gob.es/exterior/centros/ginerdelosrios/es/concursos/paulo\\_abrantes/pauloabrantes.shtml](http://www.educacion.gob.es/exterior/centros/ginerdelosrios/es/concursos/paulo_abrantes/pauloabrantes.shtml)